



# トポロジカル量子現象 — 固体中に現れる新粒子 —

トポロジカル絶縁体 (ゼロ質量ディラック粒子)

トポロジカル超伝導 (ゼロ質量マヨラナ粒子)

トポロジカル半金属 (ディラック/ワイル半金属)

New fermion (**Spin-1** fermion, spin-3/2 fermion, six/eight-fold fermion)

\* 場の理論で考えられていたゼロ質量粒子が固体中で現れる。  
(真空中の素粒子としては観測されていない)

これに起因したトポロジカルな量子現象が期待されている。

# 固体中の電子

**真空**中の（非相対論的）電子

運動エネルギー  $H = \frac{p^2}{2m}$       スピン 1/2

**固体**中の（非相対論的）電子

ハミルトニアン  $H = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r})$       結晶ポテンシャル

↓  
低エネルギー

金属・半導体

$$H_{\text{eff}} = \frac{p^2}{2m^*}$$

**トポロジカル物質**

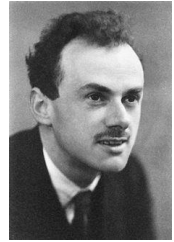
$$H_{\text{eff}} = v_F \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

相対論的な粒子

# トポロジカル物質における 新奇粒子（素励起）

トポロジカル絶縁体の表面 零質量ディラック粒子

$$i\partial_\mu \gamma^\mu \psi = 0$$



トポロジカル超伝導体の表面 零質量マヨラナ粒子

**新粒子 ⇒ 新物理（新現象）！！**



トポロジカル半金属

ワイル粒子

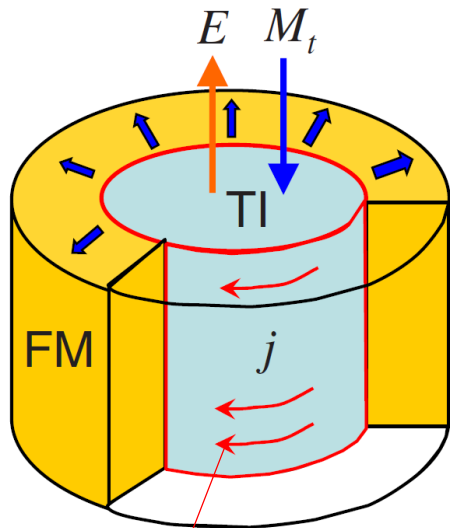
$$\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \psi = E \psi$$



質量が零の粒子は，素粒子としては実在しないが，  
固体中では実現する！ ⇒ 固体で新奇量子現象

# 例：絶縁体における トポロジカル電磁応答

表面量子ホール効果 → 磁化  $M_t$



表面ディラック粒子  
 X.-L. Qi et al., PRB '08

量子化された交差応答

$$M = \frac{e^2}{2hc} \mathbf{E}$$

$$P = \frac{e^2}{2hc} \mathbf{B}$$



物質によらない普遍定数

トポロジカル物質相

⇒ トポロジカルな量子現象・電磁応答

# トポロジカル物質の 理論的研究

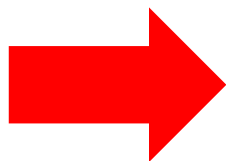
問題：トポロジカル電磁応答は量子ホール効果を除いて実験的には観測されていない。

## 1. トポロジカル物質の新物質探索

- ・より理想（シンプル）的な物質を预言する。
- ・微細加工（薄膜・細線・歪）による新しいトポロジカル相の実現。

## 2. トポロジカル相の分類理論

- ・トポロジカル超伝導体における  
マヨラナ粒子の分類理論。  
(元素の周期表は多くの物性予測を可能にした)

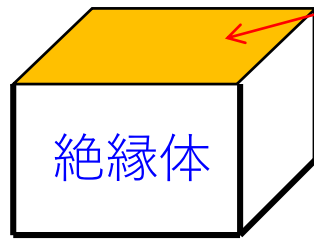


**トポロジカル量子現象の実現へ向けて**

# 過去の学生

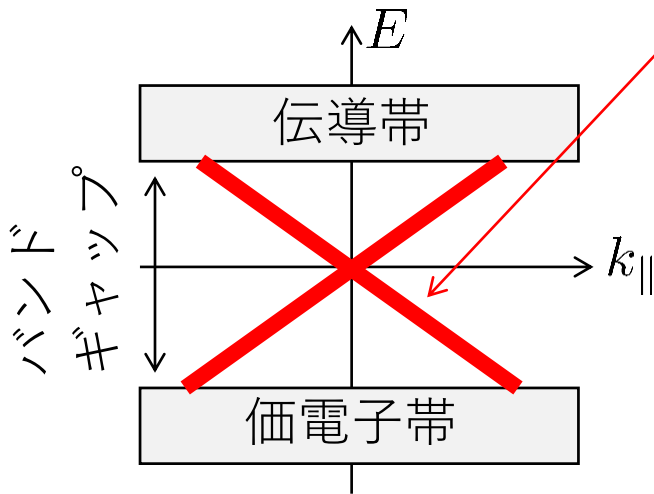
1. H. Ozawa, A. Yamakage, M. Sato, and Y. Tanaka,  
“Topological phase transition in a topological crystalline insulator induced by finite-size effects,”  
Phys. Rev. B **90**, 045309 (2014).
  - i. バンドギャップの膜厚依存性が非単調なことを数値計算で発見.
  - ii. バルクでは実現しない新しいトポロジカル相への相転移が背後にあることを解明. 非共型対称性や局所トポロジカル相という新概念へ展開. 2015年3月 修士修了.
  
2. Y. Xiong, A. Yamakage, S. Kobayashi, M. Sato, and Y. Tanaka,  
“Anisotropic magnetic responses of topological crystalline superconductors,” Crystals **7**, 58 (2017).
  - i. 系に依らず, 超伝導対称性とマヨラナ粒子の磁気応答の関係があることを数値計算で発見.
  - ii. 一般の空間群に対して, 超伝導対称性 (既約表現) とトポロジカル不変量の関係を分類. 2017年3月 修士修了.

# 例：トポロジカル絶縁体



表面：トポロジカル金属  
摂動に対して安定

例：
$$C = \int \frac{d^2 k}{2\pi} \nabla \times \langle k | -i \partial_{\mathbf{k}} | k \rangle \in \mathbb{Z}$$



バルクの波動関数

ギャップレス  
表面状態の数 = トポロジカル不変量

表面  $\longleftrightarrow$  バルク